ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889,
2024-6.875 ResearchBib IF: 9.948 / 2024

THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VOLUME-5, ISSUE-4

DIFFERENSIAL TENGLAMALARGA OLIB KELINADIGAN BA'ZI MASALALAR

Xamidova Latofat Kamolovna

Annotatsiya: Mazkur maqolada differensial tenglamalarning amaliy masalalarda qoʻllanilishi, real fizik va muhandislik muammolarini matematik modellashtirish orqali differensial tenglamalar koʻrinishida ifodalash yoʻllari tahlil qilinadi. Jumladan, harakat, sovish, elektr zanjirlari kabi tizimlar misolida masalalarning differensial tenglamaga keltirilishi koʻrib chiqiladi.

Kalit soʻzlar: Differensial tenglama, fizik modellashtirish, sovish qonuni, Nyuton qonuni, elektr zanjiri, birinchi tartibli tenglama

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ, СВОДИМЫЕ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Хамидова Латофат Камоловна

Аннотация: В статье анализируется применение дифференциальных уравнений к практическим задачам и способы выражения реальных физических и инженерных задач в виде дифференциальных уравнений посредством математического моделирования. В частности, сведение задач к дифференциальным уравнениям рассматривается в случае таких систем, как движение, охлаждение и электрические цепи.

Ключевые слова: Дифференциальное уравнение, физическое моделирование, закон охлаждения, закон Ньютона, электрическая цепь, уравнение первого порядка

SOME PROBLEMS REDUCED TO DIFFERENTIAL EQUATIONS

Xamidova Latofat Kamolovna

Abstract: This article analyzes the application of differential equations in practical problems, ways to express real physical and engineering problems in the form of differential equations through mathematical modeling. In particular, the reduction of problems to differential equations is considered on the example of systems such as motion, cooling, and electrical circuits.

Keywords: Differential equation, physical modeling, cooling law, Newton's law, electrical circuit, first-order equation

Kirish: Differensial tenglamalar matematikaning asosiy va amaliy ahamiyatga ega boʻlgan boʻlimlaridan biridir. Ular turli jarayon va hodisalarni modellashtirishda keng qoʻllaniladi, ayniqsa fizika, kimyo, biologiya, iqtisodiyot, muhandislik, texnika va boshqa sohalarda yuzaga keladigan real muammolarni tahlil qilishda beqiyos vosita hisoblanadi. Har qanday tizimda oʻzgarish roʻy berayotgan boʻlsa, ya'ni unga vaqt, masofa, harorat, bosim kabi parametrlar ta'sir qilsa, bunday tizimni ifodalovchi matematik model koʻpincha differensial tenglama koʻrinishida boʻladi.

Differensial tenglama — bu noma'lum funksiya va uning hosilalari ishtirok etadigan tenglama boʻlib, u funksiyaning qanday oʻzgarishini ifodalaydi. Masalan, harakat qilayotgan jismning tezligi va tezlanishi, soviyot tananing haroratidagi oʻzgarish, elektr zanjiridagi tok kuchining dinamikasi — bularning barchasi differensial tenglamalar bilan ifodalanadi. Bu maqolada differensial tenglamalarga olib keladigan ba'zi oddiy, ammo amaliy jihatdan dolzarb boʻlgan masalalar koʻrib chiqiladi. Jumladan, Nyutonning sovish qonuni, havo qarshiligini hisobga olgan harakat qonunlari, elektr zanjirlaridagi kuchlanish va tok oʻzgarishlari kabi real hayotga yaqin boʻlgan vaziyatlarning matematik modellari tahlil qilinadi. Bu kabi masalalar orqali oʻquvchi yoki tadqiqotchi differensial

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 9.948 / 2024
THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
VOLUME-5, ISSUE-4
tenglamalarning nafaqat nazariy asoslarini, balki ularning real jarayonlar bilan qanday bog‘liqligini ham tushunib yetadi.

Mazkur maqolaning maqsadi — differensial tenglamalar fanini yanada amaliyroq qilish, ularni fizikaviy va texnik muammolar bilan bog‘lash orqali talabalarda ham nazariy, ham muammoli tafakkurni rivojlantirishdan iborat.

Adabiyotlar tahlili

Differensial tenglamalarning nazariy asoslari va ularning amaliy masalalarga tadbiqi yuzasidan ko‘plab nufuzli manbalar yaratilgan. Jumladan, A.S. Piskunovning "Differensial va integral hisob" nomli ikki jildlik asari bu yo‘nalishda yetakchi o‘quv qo‘llanmalaridan biri hisoblanadi. Unda funksiyalar, ularning uzluksizligi va hosila tushunchasiga oid asosiy ta’riflar, differensiallar va ularning fizik mazmuni keltirilgan [1]. Ayniqsa, differensial tenglamalarning paydo bo‘lishi va ularning matematik modellashtirishdagi o‘rni bu bobda juda aniq ifodalangan. M.S. Salohitdinov va O’.N. Nasritdinov tomonidan yozilgan “Oddiy differensial tenglamalar” asarda esa oddiy differensial tenglamalarning klassifikatsiyasi, ularning asosiy turlari va yechish usullari ko‘rib chiqilgan [2]. Ushbu bo‘limlarda birinchi tartibli tenglamalarning umumiy ko‘rinishi, ajraluvchi o‘zgaruvchili tenglamalar, shuningdek, fizik masalalarning differensial tenglamalarga keltirilishiga doir muhim misollar keltirilgan. Bu o‘quv qo‘llanma talabalarga mavzuni tushunarli tilda, misollar bilan o‘zlashtirishda katta yordam beradi.

Shuningdek, V.P. Minorskiyning “Oliy matematikadan masalalar to‘plami” asari ham o‘z amaliy yo‘nalishi bilan ajralib turadi. Asarda differensial tenglamalarni yechish usullari bilan bog‘liq turli darajadagi masalalar keltirilgan [3]. Bu masalalar yordamida nazariy bilimlarni mustahkamlash va real muammolarni yechish ko‘nikmasini shakllantirish mumkin. E. Yo. Soatovning “Oliy matematika” (5-jild) asarida esa differensial tenglamalarning nazariy yondashuvlari bilan birga ularning texnika va tabiiy fanlardagi tatbiqlari keng yoritilgan [4]. Bu manba orqali differensial tenglamalar vositasida fizikaviy jarayonlarni qanday modellashtirish mumkinligi haqida chuqur tushunchalar olinadi. Asarda muhandislik va texnika sohalaridagi real masalalarning tahlili asosida differensial tenglamalarning zarurati va amaliy ahamiyati ko‘rsatib berilgan.

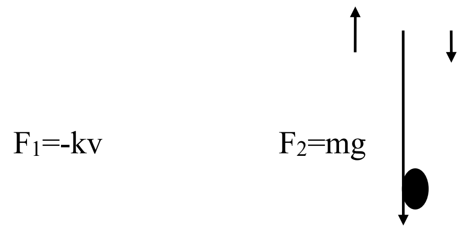
Tahlil va Natijalar

Tabiatda uchraydigan turli jarayonlar (fizik, ximik, mexanik, biologik va boshqalar) o’z harakat qonunlariga ega. Ba’zi jarayonlar bir xil qonun bo’yicha sodir bo’lishi mumkin, bunday hollarda ularni o’rganish ancha yengillashadi. Ammo jarayonlarni tavsiflaydigan qonunlarni to’g’ridan-to’g’ri topish har doim ham mumkin bo’lavermaydi. Xarakterli miqdorlar va ularning hosilalari orasidagi munosabatlarni topish tabiatan yengil bo’ladi. Ko’pgina tabiiy va texnika masalalarini yechish shunday noma’lum funksiyalarni izlashga keltiriladiki, bunda bu funksiya berilgan hodisa yoki jarayonni ifodalab, ma’lum munosabatlar va bog’lanish esa shu noma’lum funksiya va uning hosilalari orasida beriladi. Mana shunday munosabat va qonunlar asosida bog’langan ifodalar differensial tenglamalarga misol bo’ladi.

1 - masala. Massasi m bo’lgan jism $V(0)=V_0$ boshlang’ich tezlik bilan biror balandlikdan tashlab yuborilgan. Jism tezligining o’zgarish qonunini toping. (1 - rasm)

Nyutonning ikkinchi qonuniga ko’ra $mdv/dt=F$

bu erda F - jismga ta'sir etayotgan kuchlarning yig'indisi (teng ta'sir etuvchi). Jismga faqat 2 ta kuch ta'sir etsin deb hisoblaylik: havoning qarshilik kuchi $F_1=-kv$, $k>0$; yerning tortish kuchi $F_2=mg$.



1-rasm

Demak, matematik nuqtai nazardan F kuch a) F_2 ga; b) F_1 ga; v) F_1+F_2 ga teng bo'lishi mumkin.
a)Agar $F=F_1$ bo'lsa, $mdv/dt=-kv$ tenglamaga ega bo'lamiz. Bunda $V(t)=V_0e^{-kt/m}$ bo'ladi.

b) $F=F_2$ bo'lsa, U holda birinchi tartibli $mdv/dt=mg$ differentsial tenglamaga egamiz. Bu tenglamani yechimini $V(t)=gt+c$ (c - ixtiyoriy o'zgarmas son) ko'rinishda ekanligini oddiy hisoblarda tekshirish mumkin. $V(0)=V_0$ bo'lgani uchun $c=V_0$ bo'lib, u holda izlangan qonun $V_1=gt+V_0$ ko'rinishida bo'ladi.
v) $F=F_1+F_2$ bo'lsin. Bu holda $mdv/dt=mg-kv$ $(k>0)$ tenglamaga kelamiz. Noma'lum funksiya

$$\vartheta(t) = Ce^{-\frac{k}{m}t} + \frac{mg}{k} \qquad \vartheta(0) = \vartheta_0$$

$$\vartheta(t) = (\vartheta_0 - \frac{mg}{k})e^{-\frac{mg}{k}t} + \frac{mg}{k}$$

ko'rinishida bo'ladi.

<u>1 – ta'rif</u>. Differensial tenglama deb erkli o'zgaruvchi x, noma'lum $y=f(x)$ funksiya va uning u', u'',.....,$u^{(n)}$ hosilalari orasidagi bog'lanishni ifodalaydigan tenglamaga aytiladi.

Agar izlangan funksiya $y=f(x)$ bitta erkli o'zgaruvchining funksiyasi bo'lsa, u holda differensial tenglama oddiy differentsial tenglama, bir nechta o'zgaruvchilarning funksiyasi bo'lsa $u=U(x_1, x_2,...., x_n)$ xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

<u>2-ta'rif</u>. Differensial tenglamaning tartibi deb tenglamaga kirgan hosilaning eng yuqori tartibiga aytiladi.

<u>3-ta'rif</u>. Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb differensial tenglamaga qo'yganda uni ayniyatga aylantiradigan har qanday $y=f(x)$ funksiyaga aytiladi.

Birinchi tartibli differentsial tenglama umumiy holda quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$F(x, y, y')=0 \qquad (1.1)$$

Agar bu tenglamani birinchi tartibli xosilaga nisbatan yechish mumkin bo'lsa, u holda

$$y'=f(x,y) \qquad (1.2)$$

tenglamaga ega bo'lamiz. Odatda, (1.2) tenglama hosilaga nisbatan yechilgan tenglama deyiladi. (1.2) tenglama uchun yechimning mavjudligi va yagonaligi haqidagi teorema o'rinli :

ISSN: 2582-4686 SJIF 2021-3.261,SJIF 2022-2.889, 2024-6.875 ResearchBib IF: 9.948 / 2024
THE MULTIDISCIPLINARY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
VOLUME-5, ISSUE-4

Teorema. Agar (1.2) tenglamada f(x,y) funksiya va undan y bo'yicha olingan df/dy xususiy hosila X0Y tekisligidagi (x_0,y_0) nuqtani o'z ichiga oluvchi biror sohada uzluksiz funksiyalar bo'lsa, u holda berilgan tenglamaning $y(x_0)=y_0$ shartnii qanoatlantiruvchi birgina y=φ(x) yechimi mavjud.

$x=x_0$ da y(x) funksiya y_0 songa teng bo'lishi kerak degan shart boshlang'ich shart deyiladi:

$$y(x_0)=y_0$$

4 – ta'rif. Birinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimi deb bitta ixtiyoriy C o'zgarmas miqdorga bog'liq quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi

$$y=\varphi(x,c)$$

funksiyaga aytiladi:

a) bu funksiya differensial tenglamani ixtiyoriy c da qanoatlantiradi;

b) $x=x_0$ da $y=y_0$ boshlang'ich shart har qanday bo'lganda ham shunday $c=c_0$ qiymat topiladiki, $y=\varphi(x,c_0)$ funksiya berilgan boshlang'ich shartni qanoatlantiradi.

5 – ta'rif. Umumiy yechimni oshkormas holda ifodalovchi F(x,y,c)=0 tenglik (1.1) differentsial tenglamaning umumiy integrali deyiladi.

6 – ta'rif. Ixtiyoriy c - o'zgarmas miqdorda $c=c_0$ ma'lum qiymat berish natijasida y=φ(x,c) umumiy yechimdan hosil bo'ladigan har qanday $y=\varphi(x,c_0)$ funksiya xususiy yechim deyiladi. $F(x,y,c_0)$ - xususiy integral deyiladi.

7-ta'rif. (1.1) differensial tenglama uchun dy/dx=c=const munosabat bajariladigan nuqtalarning geometrik o'rni berilgan differensial tenglamaning izoklinasi deyiladi.

Xulosa

Yuqorida ko'rib chiqilgan tahlillar asosida shuni aytish mumkinki, differensial tenglamalar real hayotdagi ko'plab fizik va texnik jarayonlarni modellashtirishda muhim ahamiyatga ega. Harakat, issiqlik almashinuvi, elektr zanjirlari, biologik o'sish jarayonlari kabi tizimlar vaqt davomida qanday o'zgarishini aniqlashda aynan differensial tenglamalardan foydalaniladi. Ushbu tenglamalar yordamida obyektiv voqealarning matematik modelini tuzish va bu model asosida kelajakdagi holatlarni oldindan bashorat qilish imkoniyati yuzaga keladi. Amaliy masalalarning differensial tenglamalarga keltirilishi — nafaqat matematikani chuqur o'rganishga, balki turli sohalarda yuzaga keladigan muammolarni tahlil qilish va hal etishga xizmat qiladi. Bu esa differensial tenglamalarni faqat nazariy fan emas, balki kundalik hayot bilan uzviy bog'liq, amaliy foydali vosita ekanini ko'rsatadi. Shu sababli, differensial tenglamalarni o'rganish nafaqat matematik bilimni chuqurlashtiradi, balki talabalarda mustaqil fikrlash, modellashtirish va muammoli vaziyatlarni yechish ko'nikmalarini shakllantirishda katta ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. A.S. Piskunov. Differensial va integral hisob. T. «O'qituvchi»,1974 y ,7 – 17 betlar
2. M.S. Salohitdinov, O'.N. Nasritdinov. Oddiy differensial tenglamalar. T. «Uzbekiston» , 1994 y., 6 – 9 betlar.
3. V.P. Minorskiy. Oliy matematikadan masalalar to'plami. T. «O'qituvchi», 1977, 224-228 betlar.
4. Е.У. Соатов «Олий математика» 5-жилд «Уктувчи», 1988.
5. Fikhtengolts G.M. — "Differensial va integral hisob", 1981.
6. Samarskiy A.A. — "Differensial tenglamalar", Moskva, Nauka, 1987.
7. Boyce, DiPrima — "Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems", Wiley, 2017.